

Exercices à faire pour le 15 septembre

September 12, 2011

1 Ensembles

Quels des objets suivants définissent un ensemble?

1. {les nombres entiers relatifs};
2. $\{n \in \mathbb{N}\}$;
3. $\{x \in \mathbb{R}$ tels que x est très grand};
4. {les nombres entiers plus grands que tous nombres reals};
5. {les A ensembles tels que $A \subseteq \emptyset$ };
6. $\{n \in \mathbb{N}$ tels que $n \geq m\}$;
7. $\{n \in \mathbb{N}$ tels que n est pair et impair}.

2 Propositions

Quels des objets suivants sont des propositions? Lesquels sont des propositions vraie? Quels, ne l'étant pas, sont des termes de propositions, c'est-à-dire peuvent paraître dans une proposition?

1. $\forall x \in X, x > 0$;
2. $x^2 > 0$;
3. $\mathbb{Q} \geq \mathbb{R}$;
4. $\mathbb{Q} \supseteq \mathbb{R}$;
5. $1 + 2 = 6$;
6. $\forall x \in \mathbb{R}, x > 2 \implies \sqrt{2} \in \mathbb{R}$;
7. pour toute fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, f est croissante.
8. $\forall A \subseteq \mathbb{R}, A \subseteq \mathbb{N}$.

3 Négations

Écrire la négation des propositions suivantes, et préciser quelles, étant fausse, deviennent vraies après la négation.

1. $\forall n \in \mathbb{N}$, n est pair.
2. $\forall n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^n 1 = n$.
3. $\exists x \in \mathbb{Q}$ tel que $x \notin \mathbb{N}$.
4. $\forall n \in \mathbb{N}$, $\exists m \in \mathbb{N}$ tel que m divise n et $m > 1$.
5. $\exists x \in \mathbb{R}$ tel que $x < 0$ ou (il existe $y \in \mathbb{R}$ tel que $y^2 = x$).
6. $\forall x \in \mathbb{Q}$, $x < 5 \iff x \in \mathbb{R}$.
7. $\exists x \in \mathbb{R}$ tel que $x \notin \mathbb{Q}$ et $x \in \mathbb{N}$.
8. $\forall n \in \mathbb{N}$, ($n \geq 3$ et n paire) $\implies n$ est multiple de 6.
9. $\forall x \in \mathbb{R}$, ($x > 2$ et $x < 3$) \iff le plus grand entier plus petit de x est 2.
10. $\forall n \in \mathbb{N}$, ($x > 3$ et $x < 5$) $\implies (\exists m \in \mathbb{N}$ tel que $m^2 = n)$.